第7講　仕事とエネルギー

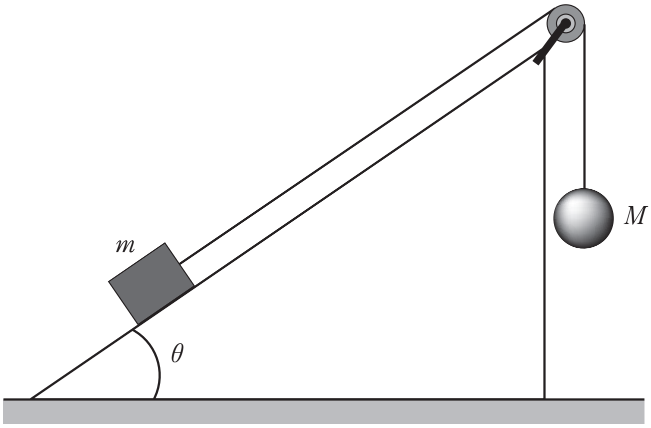
1

図のように，傾きの角が θ のあらい斜面の上に質量 m の物体Aがある。物体Aと斜面との動摩擦係数は μ である。物体Aに軽くて伸びない糸を付け，頂点に固定した軽い滑車に通し，糸の端に質量 M の物体Bをつるす。はじめ，物体Bは床から高さ h のところにあったとする。この状態で物体の固定を解くと，物体Bは下方へ動き出し，床に着いて動かなくなった。重力加速度の大きさを g として次の問に答えよ。

(1)　物体Bが床につくまでに，物体Aに対して重力がした仕事 W_g，動摩擦力がした仕事 W_R，垂直抗力がした仕事 W_N を求めよ。

(2)　物体Bが床につく直前の，物体Aの速さはいくらか。

(3)　物体Bが床についた後，物体Aはどれだけ斜面を上るか。



©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

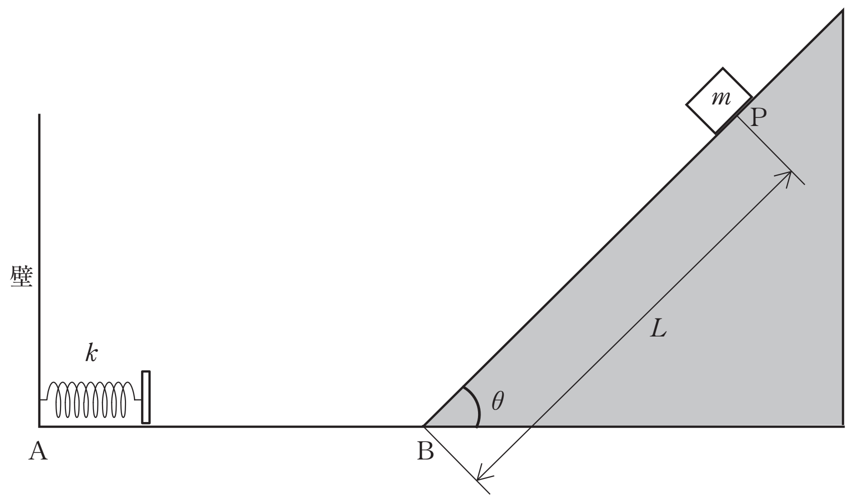
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

以下の文章中の［　　］に適切なものを選択肢から選びなさい。

あらい斜面BPが摩擦のない水平面ABと点Bでなめらかにつながっている。点Aには壁があり，ばね定数kの軽いばねの一端が固定されている。点Bから長さL離れた点Pに質量mの物体を置き，静かにはなすと物体がすべり出し，物体は点Bを通過したのちに，ばねの一端に到達し，ばねを縮めた。物体とあらい斜面との静止摩擦係数をμとすると，物体がすべり出すための条件は［(1)］である。物体とあらい斜面との動摩擦係数をμ'とすると，物体が点Bを通過するときの速さは［(2)］，ばねの自然長から縮められた長さは［(3)］である。縮められたばねが物体を押し戻すと，物体は水平面をすべったのちに，斜面を上がり，水平面から高さ［(4)］の最高点に達した。ただし，物体の大きさは無視できるものとし，斜面と水平面のなす角をθ，重力加速度をgとする。



(1)の選択肢

(ア)　$\mu < \sin\theta$　(イ)　$\mu < \cos\theta$　(ウ)　$\mu < \tan\theta$　(エ)　$\mu < \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$

(オ)　$\mu < \dfrac{1}{\sin\theta}$

(2)の選択肢

(ア)　$\sqrt{2gL(\sin\theta-\mu'\cos\theta)}$　(イ)　$\sqrt{2gL(\cos\theta-\mu'\sin\theta)}$

(ウ)　$\sqrt{2gL(\sin\theta-\mu')}$　(エ)　$\sqrt{2gL(\cos\theta-\mu')}$

(オ)　$\sqrt{2gL\left(\dfrac{1}{\sin\theta}-\mu'\right)}$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(3)の選択肢

(ア) $\sqrt{\dfrac{2mgL(\sin\theta-\mu'\cos\theta)}{k}}$　　(イ) $\sqrt{\dfrac{2mgL(\cos\theta-\mu'\sin\theta)}{k}}$

(ウ) $\sqrt{\dfrac{2mgL(\sin\theta-\mu')}{k}}$　　(エ) $\sqrt{\dfrac{2mgL(\cos\theta-\mu')}{k}}$

(オ) $\sqrt{\dfrac{2mgL\left(\dfrac{1}{\sin\theta}-\mu'\right)}{k}}$

(4)の選択肢

(ア) $\dfrac{L\sin\theta(\sin\theta-\mu'\cos\theta)}{\sin\theta+\mu'\cos\theta}$　　(イ) $\dfrac{L\sin\theta(\cos\theta-\mu'\sin\theta)}{\cos\theta+\mu'\sin\theta}$

(ウ) $\dfrac{L\cos\theta(\sin\theta-\mu'\cos\theta)}{\sin\theta+\mu'\cos\theta}$　　(エ) $\dfrac{L\cos\theta(\cos\theta-\mu'\sin\theta)}{\cos\theta+\mu'\sin\theta}$

(オ) $\dfrac{L\sin\theta(\sin\theta+\mu'\cos\theta)}{\sin\theta-\mu'\cos\theta}$

＜ Note ＞

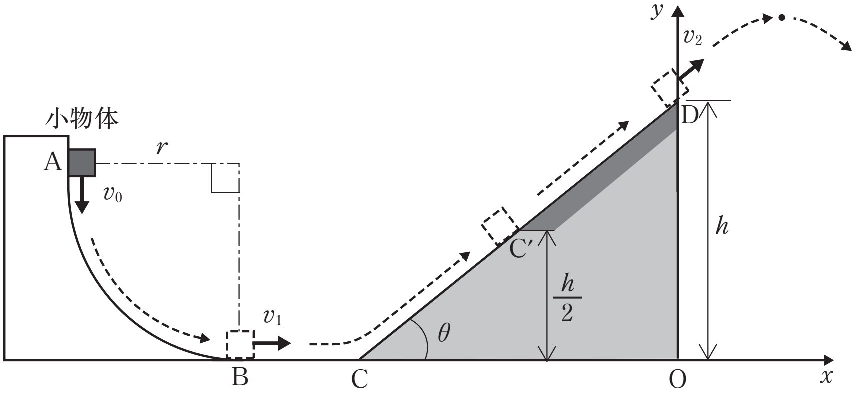
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

図に示すように，半径 r [m] の円弧（中心角が 90°）状の斜面 AB が点 B で水平な面に接するように固定されている。また，水平な面に対して角度 θ (0° < θ < 90°) をなす斜面 CD は点 C で水平な面になめらかに接続されている。円弧状の斜面 AB，水平な面 BC および斜面 CC′ はなめらかな面であり，斜面 C′D はあらい面である。円弧状の斜面上の点 A から，質量が m [kg] で大きさの無視できる小物体を速さ v_0 [m/s] ですべり落とす。小物体は，円弧状の斜面 AB をすべり落ちた後，点 B を速さ v_1 [m/s] で通過する。点 B を通過した小物体は，斜面 CD を上がり，点 D から斜面 CD に沿った方向に速さ v_2 [m/s] で飛び出す。点 D から飛び出した小物体は最高点に達した後，水平な面に落ちる。

小物体と斜面 C′D との間の動摩擦係数を μ'，重力加速度の大きさを g [m/s^2] とし，空気の抵抗は無視するものとする。水平な面から点 C′ および点 D までの高さを，それぞれ $\frac{1}{2}h$ [m] および h [m] とし，円弧状の斜面の半径 r [m] は $\frac{1}{2}h < r < h$ とする。

以下の問に答えよ。



(1)　小物体が円弧状の斜面 AB をすべり落ち，点 B を通過するときの速さ v_1 [m/s] を，v_0 を含む式で表せ。

(2)　小物体が点 C から点 C′ まで上がったとき，小物体の増加した位置エネルギー U [J] を求めよ。

(3)　小物体が斜面 C′D を上がるとき，小物体が斜面から受ける動摩擦力の大きさ F [N] を求めよ。

(4)　小物体が点 C′ から点 D まで上がったとき，動摩擦力が小物体にした仕事 W [J] を求めよ。

(5)　小物体が点 D から斜面 CD に沿った方向に飛び出す速さ v_2 [m/s] を，点 B を通過するときの速さ v_1，および動摩擦力が小物体にした仕事 W を含む式で表せ。

(6)　小物体が点 D から斜面 CD に沿った方向に飛び出すために v_0 [m/s] が満たすべき条件を，動摩擦力が小物体にした仕事 W を含む式で表せ。

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

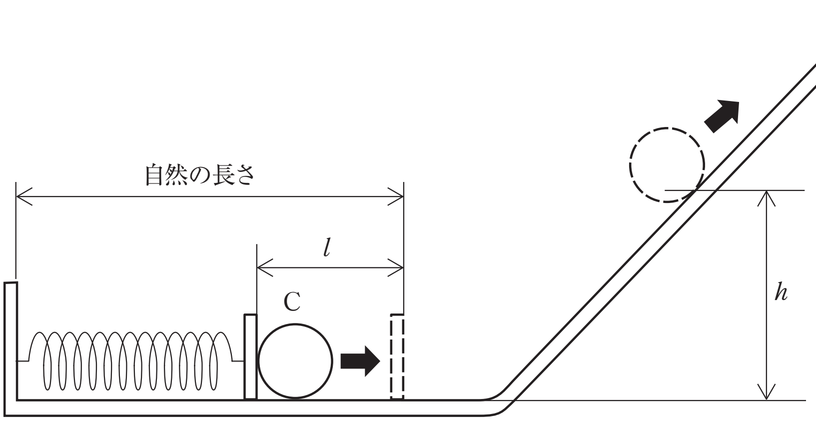
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第７講　確認テスト

次の各設問に該当する答の番号を解答群から選びなさい。

なめらかな水平面上で，ばね定数 k の軽いばねの一端を固定し，他端に質量 m の物体C を押しつけ, 自然の長さから長さ l を縮めてから, 静かに離した。以下の問に答えよ。ただし, 重力の加速度を g とする。また，物体Cの大きさは無視する。



図

問１　ばねの縮めた長さが l のとき物体Cに加えている力の大きさはいくらか。

① kl　② km　③ klm　④ lg
⑤ kg　⑥ klg

問２　そのときのばねに蓄えられた弾性力のエネルギーはいくらか。

① $\frac{1}{2}km^2$　② $\frac{1}{2}ml^2$　③ $\frac{1}{2}kl^2$　④ $2gl^2$
⑤ $2gm^2$　⑥ $2kl$

問３　ばねから離れた直後の物体Cの速さはいくらか。

① $\frac{km}{l}$　② $\frac{kl}{m}$　③ $\frac{lm}{k}$　④ $k\sqrt{\frac{l}{m}}$
⑤ $l\sqrt{\frac{m}{k}}$　⑥ $l\sqrt{\frac{k}{m}}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問4　ばねから離れた後，図のなめらかな斜面があり，物体Cが水平面からの高さ h を通過するときの速さはいくらか。ただし，物体Cがばねから離れた直後の速さを v とする。

①　$\sqrt{v^2+2gh}$　②　$\sqrt{v^2-2gh}$　③　$\sqrt{v^2+2ghm}$　④　$\sqrt{2ghm}$

⑤　$\sqrt{2gh-v^2}$　⑥　$\sqrt{2ghm-v^2}$

問5　また，この物体Cが到達できるなめらかな斜面の最高点の高さはいくらか。ただし，物体Cがばねから離れた直後の速さを v とする。

①　$\dfrac{2g}{v^2}$　②　$\dfrac{v^2}{2}$　③　$\dfrac{v^2}{2g}$　④　$\dfrac{2v^2}{g}$

⑤　$\dfrac{v^2g}{2}$　⑥　$2gv^2$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第７講　解答

1

（1）　重力がした仕事：$W_g=-mgh\sin\theta$，動摩擦力がした仕事：$W_R=-\mu mgh\cos\theta$，
垂直抗力がした仕事：$W_N=0$

（2）　$\sqrt{\dfrac{2gh\{M-m(\sin\theta+\mu\cos\theta)\}}{m+M}}$

（3）　$\dfrac{\{M-m(\sin\theta+\mu\cos\theta)\}}{(m+M)(\sin\theta+\mu\cos\theta)}h$

2

（1）　ウ　　（2）　ア　　（3）　ア　　（4）　ア

3

（1）　$v_1=\sqrt{2gr+v_0{}^2}$ [m/s]

（2）　$U=\dfrac{mgh}{2}$ [J]

（3）　$F=\mu' mg\cos\theta$ [N]

（4）　$W=-\dfrac{\mu' mgh}{2\tan\theta}$ [J]

（5）　$v_2=\sqrt{v_1{}^2+\dfrac{2W}{m}-2gh}$ [m/s]

（6）　$v_0>\sqrt{2g(h-r)-\dfrac{2W}{m}}$ [m/s]

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第７講　確認テスト

【解答】

問１　①　問２　③　問３　⑥　問４　②　問５　③

【解説】

問１

フックの法則より，$\boldsymbol{kl}$

問２

弾性力のエネルギーは　$\boldsymbol{\frac{1}{2}kl^2}$

問３

力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}kl^2=\frac{1}{2}mv^2 \qquad \therefore\ v=\boldsymbol{l\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

問４

求めるべき速さを V として，力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}mV^2+mgh \qquad \therefore\ V=\boldsymbol{\sqrt{v^2-2gh}}$$

問５

求めるべき高さを H として，力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv^2=mgH \qquad \therefore\ H=\boldsymbol{\frac{v^2}{2g}}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。